

Hoofdstuk 7: METING VAN DE FREQUENTIE- NAUWKEURIGHEID

7.1. Inleiding

In dit hoofdstuk zullen we enkele methoden bespreken voor het bepalen van de nauwkeurigheid van de door ons te distribueren frequentiestandaard.

Daar de eigen nauwkeurigheid van de te ijken toestelen groter is dan een duizendste van een Hertz ($10 \text{ MHz} \times 10^{-10}$) dient de frequentiestandaard van onze GPS ontvanger minimum deze nauwkeurigheid te hebben. Zoals eerder gezien garandeert de fabrikant van de GPS 800 ons een nauwkeurigheid van 5×10^{-12} , wanneer er minstens één satelliet kan ontvangen worden. Dit signaal moet dus na distributie nog een nauwkeurigheid hebben van minimum 1/1000 van een Hertz. Wanneer we nu de 10 MHz uitgang van de GPS-ontvanger rechtstreeks aansluiten aan de externe referentieklok van een frequentiecounter en aan de ingang hiervan de frequentiestandaard, na distributie, aansluiten dan moeten alle digits, behalve het eerste, op nul staan. De nauwkeurigheid van deze meting is echter beperkt door het aantal digits van de frequentieteller. Voor metingen met deze nauwkeurigheid hebben we een frequentieteller met minimum 12 digits nodig. Omdat we geen frequentieteller met meer dan 10 digits ter onze beschikking hadden, zijn we dus op zoek moeten gaan naar andere methoden om deze nauwkeurige metingen uit te voeren.

Daar het de bedoeling is om de nauwkeurigheid van meettoestellen te verhogen, door deze te ijken met de frequentiestandaard van het hoge precisie toestel GPS, is het zinloos om deze meettoestellen te gebruiken voor de metingen van de nauwkeurigheid van het 10 MHz signaal. We zullen dus de nauwkeurigheid van de frequentiestandaard, na distributie, enkel kunnen bepalen door deze te vergelijken met een frequentiesignaal met een gekende nauwkeurigheid. Hiervoor kunnen we het origineel 10 MHz signaal van de GPS-ontvanger gebruiken, daar men hiervan de nauwkeurigheid op scherm 3 op het display kan aflezen.

Er bestaan twee methoden om frequenties met elkaar te vergelijken op een oscilloscoop: Allereerst is er een methode waarbij men met Lissajousfiguren twee frequentiesignalen met elkaar vergelijkt. Een tweede methode om twee frequentiesignalen met elkaar te vergelijken gebeurt door de oscilloscoop met één van de twee signalen te triggeren.

Hieronder volgt er nu een bespreking van deze twee methoden, waarna we dan onze praktische metingen zullen bespreken.

7.2. Metingen met behulp van Lissajousfiguren

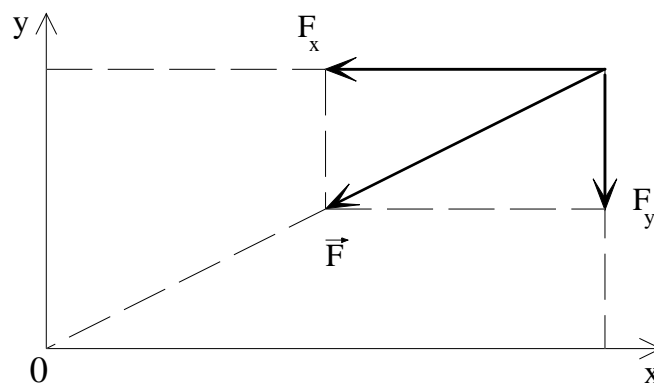
Bij deze meetmethode verbinden we het eerste kanaal van de oscilloscoop met de 10 MHz uitgang van de GPS 800 en aan het tweede kanaal van de oscilloscoop sluiten we het 10 MHz signaal na distributie aan. Deze twee kanalen worden dan loodrecht ten opzichte van elkaar geplaatst, hierdoor bekomt men de figuren van Lissajous. Deze methode gaan we nu eerst wiskundig benaderen, waarna we dan verschillende vormen van Lissajousfiguren zullen bespreken.

7.2.1. Wiskundige benadering van de figuren van Lissajous

Het principe van deze methode steunt eigenlijk op het samenstellen van twee harmonische trillingen die loodrecht op elkaar staan. Bij deze bespreking zullen we onderscheid maken tussen het al dan niet gelijk zijn van beide frequenties.

7.2.1.1. Dezelfde frequentie

Onderstel dat een deeltje in het (x,y)-vlak kan bewegen en onderworpen is aan een kracht die steeds naar de oorsprong gericht is (zie fig. 7.1.):



figuur 7.1.: deeltje in het (x,y)-vlak

Deze centrale kracht kan men ontbinden in twee componenten:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{r} = -k \cdot x \cdot \vec{e}_x - k \cdot y \cdot \vec{e}_y$$

De coördinaten x en y zullen dan een harmonische beweging uitvoeren met een zelfde frequentie ω , daar de constante k dezelfde is. Wanneer we nu de beginfase voor de x -richting nul veronderstellen dan bekomen we:

$$\begin{aligned}x &= A \cdot \sin \omega t \\ y &= B \sin(\omega t + \alpha)\end{aligned}\quad (7-1)$$

Hierin is α het faseverschil tussen beide trillingen en A en B zijn de amplituden van beide signalen. Nu kunnen we de baan van het deeltje vinden door de tijd te elimineren tussen x en y :

$$\frac{x}{A} = \sin \omega t \quad (7-2)$$

$$\begin{aligned}\frac{y}{B} &= \sin(\omega t + \alpha) = \sin \omega t \cdot \cos \alpha + \cos \omega t \cdot \sin \alpha \\ \frac{y}{B \cdot \sin \alpha} &= \frac{\cos \alpha \cdot \sin \omega t}{\sin \alpha} + \cos \omega t\end{aligned}\quad (7-3)$$

wanneer we (7-2) invullen in (7-3) dan bekomen we:

$$\begin{aligned}\frac{y}{B \cdot \sin \alpha} &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{x}{A} + \cos \omega t \\ \cos \omega t &= \frac{y}{B \cdot \sin \alpha} - \frac{x}{A} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\end{aligned}\quad (7-4)$$

kwadrateren we beide leden van (7-2) en (7-4) en tellen we lid aan lid op, dan vinden we:

$$\frac{x^2 \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) + \frac{x^2 \cos^2 \alpha}{A^2 \sin^2 \alpha} + \frac{y^2}{B^2 \sin^2 \alpha} - \frac{2 \cdot x \cdot y \cdot \cos \alpha}{A \cdot B \cdot \sin^2 \alpha} = 1$$

$$\frac{x^2}{A^2 \sin^2 \alpha} + \frac{y^2}{B^2 \sin^2 \alpha} - \frac{2 \cdot x \cdot y \cdot \cos \alpha}{A \cdot B \cdot \sin^2 \alpha} = 1$$

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - 2 \cdot \frac{x \cdot y}{A \cdot B} \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha \quad (7-5)$$

Vergelijking (7-5) is de vergelijking van de baan door het deeltje *P* beschreven en stelt algemeen een ellips voor, begrensd door de rechten $x = \pm A$ en $y = \pm B$.

We zullen nu enkele speciale gevallen bestuderen:

1. $\alpha=0$: beide signalen zijn in fase

Vgl. (7-5) wordt gereduceerd tot:

$$y = \frac{B}{A} x$$

Dit is de vergelijking van de rechte *PQ* (zie fig. 7.2). Wanneer $\alpha=180^\circ$, beide signalen zijn in tegenfase dan herleidt vgl. (7-5) zich in dit geval tot:

$$y = -\frac{B}{A} x$$

Dit is eveneens de vergelijking van een rechte, namelijk de rechte *RS* in fig. 7.2.

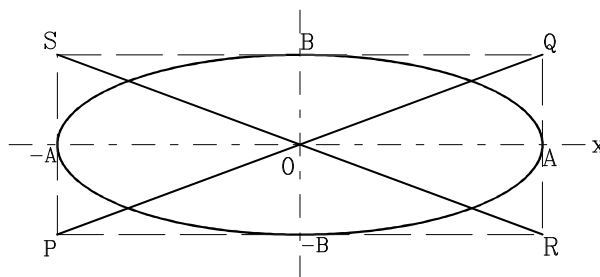


fig. 7.2.: baan beschreven door het deeltje

2. $\alpha=90^\circ$

Vergelijking 7-5 wordt nu:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

Dit is de vergelijking van de ellips in fig. 7.2., deze ellips wordt in de zin van de wijzers van een uurwerk doorlopen. Wanneer nu $\alpha=270^\circ$ (of -90°) krijgen we dezelfde ellips, maar deze wordt nu in de tegengestelde zin doorlopen. In beide gevallen vallen de hoofdassen van de ellips samen met de x- en y-as.

3. $\alpha=$ willekeurig

In dit geval bekomen we eveneens een ellips, maar waarvan de hoofdassen niet samen vallen met de x- en y-as.

Een meting op de oscilloscoop van dit geval is in de onderstaande figuur weergegeven. Deze foto is een weergave van een meting die we in het kader van onze proefopstelling gedaan hebben.



figuur 7.3.: Lissajousfiguur op de scoop

7.2.1.2. Verschillende frequentie

Wanneer nu de twee onderling loodrechte trillingen een verschillende frequentie hebben, is het niet meer interessant om t te elimineren uit de onderstaande vergelijkingen:

$$x = A \cdot \sin \omega_1 t$$
$$y = B \cdot \sin(\omega_2 t + \phi)$$

De baan is nu afhankelijk van de verhouding ω_1/ω_2 , waardoor de baan heel wat ingewikkelder wordt (zie onderstaande figuur). Deze baan wordt een Lissajousfiguur genoemd.

figuur 7.4.: Lissajousfiguren, afhankelijk van het frequentieverschil

De eerste rij in de bovenstaande figuur geeft de Lissajousfiguren voor twee identieke frequenties. De verschillende gevallen van deze rij, afhankelijk van het faseverschil tussen de twee frequenties, werden reeds besproken in paragraaf 7.2.1.1.

De volgende rijen verschillen van elkaar door het verschil van de verhouding van de twee frequenties. Voor de tweede rij bijvoorbeeld is de ene frequentie dubbel zo groot dan de andere.

Daar het faseverschil niet van groot belang is voor onze toepassing, maar enkel voor de frequentienauwkeurigheid, zijn alle gevallen die voorkomen op de eerste rij van figuur 7.4 een goed resultaat voor onze metingen. Tot hiertoe toonden we aan wanneer we een gelijkenis hebben tussen twee frequenties, maar deze theorie zegt eigenlijk nog niet veel over de nauwkeurigheid van het resultaat. In de volgende paragraaf proberen daarom te bewijzen wanneer het signaal de gewenste nauwkeurigheid heeft.

7.2.2. Meting van de nauwkeurigheid

Tot hiertoe hebben we enkel besproken wanneer twee frequenties al dan niet gelijk zijn, maar hiermee weten we nog altijd niet hoe nauwkeurig de frequentiestandaard is na distributie. Wanneer we een ellips of in het beste geval, wanneer beide signalen in fase zijn, een rechte bekomen dan zijn beide frequenties hebben we al een zekere nauwkeurigheid. Indien dit niet het geval is dan bekomen we ingewikkeldere Lissajousfiguur (zie fig. 7.4). Wanneer we nu de nauwkeurigheid van deze meting willen verhogen dan dienen we metingen in de tijd uit te voeren. Wanneer we bijvoorbeeld een meting tot een duizendste van een Hertz willen uitvoeren dan moet het beeld op de oscilloscoop 1000 seconden blijven stilstaan:

$$10 \text{ MHz} = 10^7 + 10^{-10} = 10^{-3}$$

$$T = 1/10^{-3} = 1000 \text{ seconden}$$

Wanneer nu het beeld in deze tijdsspanne niet stabiel blijft, dan hebben we geen nauwkeurigheid meer tot een duizendste van een seconde. Deze onstabieleit is een gevolg van een constante variatie van de faseverschuiving tussen de twee frequentiesignalen. Hierdoor zal het beeld een cyclus doorlopen van figuren, die zich op eenzelfde rij bevinden in fig. 7.4. Wanneer we nu deze meting nog nauwkeuriger willen uitvoeren, dan moet het beeld nog een langere tijd stabiel blijven. In de onderstaande tabel is dit weergegeven voor een 10 MHz signaal:

Gewenste nauwkeurigheid	Tijdsduur (seconden)	Tijdsduur (uren)
10 x 10 ⁻¹⁰	1.000	0h16min40sec
10 x 10 ⁻¹¹	10.000	2h46min 40sec
10 x 10 ⁻¹²	100.000	27h46min40sec
10 x 10 ⁻¹³	1.000.000	277h46min40sec

Tabel 7.1.: nodige duur van een meting

Uit de bovenstaande tabel blijkt dat wanneer men heel nauwkeurige metingen wil doen, er een lange tijdspanne nodig is om deze meting voldoende nauwkeurig te kunnen uitvoeren. Hierdoor zijn we op zoek gegaan naar een alternatieve en snellere methode om deze metingen van de frequentienauwkeurigheid te kunnen doen. Een dergelijke methode zullen we hieronder bespreken.

7.3. Metingen d.m.v. triggering van de oscilloscoop

Bij deze methode gaan we de oscilloscoop met een extern signaal triggeren. Hiertoe zullen we de 10 MHz uitgang van de GPS 800 verbinden met de externe "trigger input connector" van de oscilloscoop. Wanneer we nu aan een kanaal van deze oscilloscoop ons signaal na distributie aanleggen dan moet dit signaal identiek gelijk zijn aan het triggersignaal om een stabiel beeld te bekomen. Is dit niet het geval dan zal het beeld op de oscilloscoop bewegen. Uit de snelheid van deze beweging kunnen we dan bepalen in welke mate het gemeten signaal afwijkt van het triggersignaal.

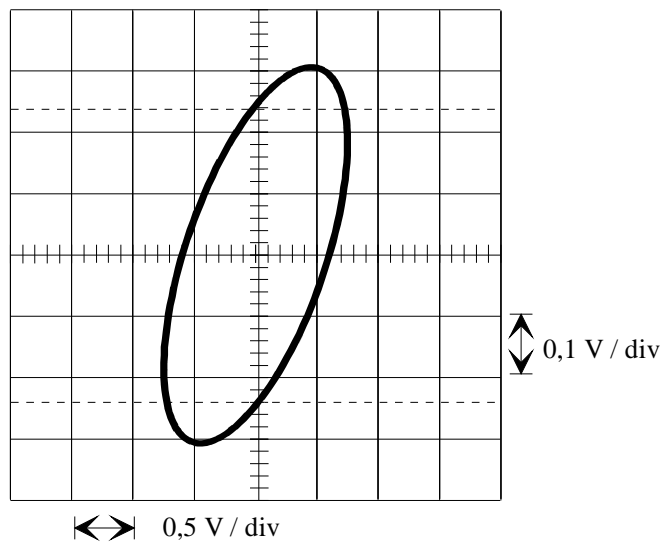
Daar we onmiddellijk kunnen vaststellen of het beeld al dan niet beweegt kan deze frequentiemeting sneller uitgevoerd worden dan met behulp van Lissajousfiguren.

7.4. De door ons uitgevoerde metingen

Om de nauwkeurigheid van het gedistribueerde 10 MHz signaal te meten, m.b.v. Lissajousfiguren op de oscilloscoop, gaat men als volgt tewerk:

1. Verbind de 10 MHz uitgang van de GPS-ontvanger rechtstreeks aan kanaal 1, of de X ingangconnector, en de BNC 10 MHz uitgang op het frontpaneel van de Tx of de Tx/Rx-kast aan kanaal 2, of de Y ingang, van de oscilloscoop.
2. Zet de TIME/DIV. schakelaar van de oscilloscoop op X-Y

3. Positioneer het beeld in het midden van het scherm en regel met de VOLTS/DIV. schakelaars van kanaal 1 en kanaal 2, totdat het beeld kleiner is dan 8 schaal eenheden in de verticale richting (Y) en kleiner is dan 10 schaal eenheden in de horizontale richting (X).
4. Wanneer de voorgaande handelingen correct zijn uitgevoerd dan bekomt men een beeld dat overeenkomt met de onderstaande figuur.



figuur 7.5.: meting m.b.v. Lissajousfiguren

Figuur 7.5 geeft onze meting weer die we uitgevoerd hebben op onze proefopstelling. Hierbij hebben we m.b.v. een coaxverbinding de 10 MHz ingang van de T_x -kast verbonden met de frequentiestandaard uitgang van de GPS ontvanger. De T_x/R_x -kast is dan op zijn beurt verbonden, via een fiber, met de T_x -kast.

Aan kanaal 1 van de oscilloscoop hebben we dan de ingang van de T_x -kast aangesloten en kanaal twee hebben we verbonden met een BNC 10 MHz uitgang van de T_x/R_x -kast.

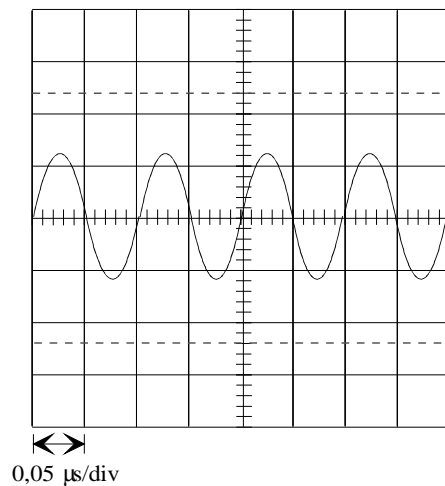
Daar we hier een ellips bekomen, stellen we vast dat het door ons verzonden signaal een faseverschuiving heeft t.o.v. het oorspronkelijk signaal, maar dit is echter van minder belang voor deze toepassing.

Bij deze opstelling konden we, nadat deze 3 uur aanstond, op de oscilloscoop nog geen noemenswaardige verandering waarnemen. Hieruit kunnen we dus besluiten dat het door ons gedistribueerde signaal een minimum frequentienauwkeurigheid heeft van 10^{-11} , of m.a.w. tot een tienduizendste van een hertz.

We kunnen dus besluiten dat we het gestelde doel, nl. na distributie een nauwkeurigheid behouden die beter is dan 10^{-10} , bereikt hebben. Wanneer we de werkelijke nauwkeurigheid willen kennen, moeten we de testopstelling gedurende een langere tijd waarnemen. Daar dit echter teveel tijd in beslag zou nemen hebben we met de methode van externe triggering van de oscilloscoop nagegaan of we na distributie de oorspronkelijke nauwkeurigheid nog hebben. Hiertoe dienen we de volgende stappen te ondernemen:

1. cfr. metingen m.b.v. Lissajousfiguren
2. Sluit de 10 MHz uitgang van de GPS-ontvanger aan de "external trigger input connector" van de oscilloscoop en de BNC 10 MHz uitgang van de Tx/Rx-kast aan kanaal 1.

Na de voorgaande handelingen uitgevoerd te hebben moet men de volgende figuur bekomen:



figuur 7.6.: meting m.b.v. triggering

Daar we een stilstaande figuur bekomen kunnen we besluiten dat er geen frequentieverandering is opgetreden door onze schakelingen. De frequentiestandaarden die we de gebruiker aanbieden hebben m.a.w. een even grootte nauwkeurigheid als het oorspronkelijk signaal van de GPS-ontvanger.